

Prof. Dr. Alfred Toth

Prime semiotische Systeme

1. Benses Einführung der drei Fundamentalkategorien $(M, O, I) = (1, 2, 3)$ als „Primzeichen“ (1980, S. 291) oder „Zeichenzahlen“ (a.a.O., S. 287) setzt den Nachweis voraus, daß die Peanoaxiome auch für Primzeichen gültig sind. Dieser Nachweis wurde bereits durch Bense (1975, S. 167 ff.) geleistet:

Peanoaxiome

1. 0 ist eine Zahl.
2. Der Nachfolger einer Zahl ist eine Zahl.
3. Es gibt nicht zwei Zahlen mit dem gleichen Nachfolger.
4. 0 ist nicht der Nachfolger einer Zahl.
5. Jede Eigenschaft der 0, die auch der Nachfolger jeder Zahl mit dieser Eigenschaft besitzt, kommt allen Zahlen zu.

***Peanoaxiome**

1. Der Präsentant ist ein Repräsentant.
2. Der Repräsentant eines Repräsentanten ist ein Repräsentant.
3. Es gibt keine zwei Präsentanten mit dem gleichen Repräsentanten.
4. Der Präsentant ist nicht Repräsentant eines Repräsentanten.
5. Jede Eigenschaft des Präsentanten, die auch der Repräsentanten jedes Repräsentanten mit dieser Eigenschaft besitzt, kommt allen Repräsentanten zu.

Gemäß Marty (1980) im Anschluß an Peirce sind die drei Kategorien nicht reduzierbar, und m-stellige Relationen mit $m > 3$ lassen sich auf 3-stellige zurückführen. Dies führt dann allerdings dazu, daß die semiotische 1 im Gegensatz zur arithmetischen 1 als (semiotische) Primzahl aufgefaßt wird. Für die Semiotik (sowie vermutlich für alle qualitativen Systeme) spielt dies jedoch keine Rolle, da hier der Fundamentalsatz der Arithmetik nicht gilt.

2. Nicht nur die Fundamentalkategorien sind prim, sondern auch die 10 peirceschen Zeichenklassen und ihre dual koordinierten 10 Realitätsthemen, denn es handelt sich bei ihnen ja ebenfalls um nicht-reduktive 3-stellige semiotische Systeme. Allerdings gilt hier die Einschränkung, daß die

Nachfolger-/Vorgängerrelation nicht immer eindeutig, also das Peanoaxiom 3/3* relativiert ist.

DS 1 =	(3.1, 2.1, 1.1)	×	(1.1 ← <u>1.2, 1.3</u>)	M-them. M
DS 2 =	(3.1, 2.1, 1.2)	×	(2.1 ← <u>1.2, 1.3</u>)	M-them. O
DS 3 =	(3.1, 2.1, 1.3)	×	(3.1 ← <u>1.2, 1.3</u>)	M-them. I
DS 5 =	(3.1, 2.2, 1.2)	×	(<u>2.1, 2.2</u> → 1.3)	O-them. M
DS 6 =	(3.1, 2.2, 1.3)	×	(<u>3.1</u> ↔ <u>2.2</u> ↔ <u>1.3</u>)	triad. Them.
DS 9 =	(3.1, 2.3, 1.3)	×	(<u>3.1, 3.2</u> → 1.3)	I-them. M
DS 14 =	(3.2, 2.2, 1.2)	×	(2.1 ← <u>2.2, 2.3</u>)	O-them. O
DS 15 =	(3.2, 2.2, 1.3)	×	(3.1 ← <u>2.2, 2.3</u>)	O-them. I
DS 18 =	(3.2, 2.3, 1.3)	×	(<u>3.1, 3.2</u> → 2.3)	I-them. O
DS 27 =	(3.3, 2.3, 1.3)	×	(3.1 ← <u>3.2, 3.3</u>)	I-them. I

Da diese 10 semiotischen Dualsysteme eine Teilmenge des vollständigen triadisch-trichotomischen semiotischen Systems von $3^3 = 27$ Dualsystemen sind, nämlich alle diejenigen, bei denen die Nachfolgerrelation der Teilrelationen NICHT die Ordnung $x > y > z$ aufweist, ist auch das Gesamtsystem prim, das aus den peirceschen Dualsystemen zusammen mit den folgenden 17 «irregulären» Dualsystemen gebildet wird (vgl. Toth 2021).

DS 1 =	(3.1, 2.1, 1.1)	→	∅
DS 2 =	(3.1, 2.1, 1.2)	→	∅
DS 3 =	(3.1, 2.1, 1.3)	→	∅
			DS 4 = (3.1, 2.2, 1.1)
DS 5 =	(3.1, 2.2, 1.2)	→	∅
DS 6 =	(3.1, 2.2, 1.3)	→	∅
			DS 7 = (3.1, 2.3, 1.1)
			DS 8 = (3.1, 2.3, 1.2)
DS 9 =	(3.1, 2.3, 1.3)	→	∅

			DS 10 = (3.2, 2.1, 1.1)

		DS 11 = (3.2, 2.1, 1.2)
		DS 12 = (3.2, 2.1, 1.3)
		DS 13 = (3.2, 2.2, 1.1)
DS 14 = (3.2, 2.2, 1.2)	→	∅
DS 15 = (3.2, 2.2, 1.3)	→	∅
		DS 16 = (3.2, 2.3, 1.1)
		DS 17 = (3.2, 2.3, 1.2)
		DS 18 = (3.2, 2.3, 1.3)

		DS 19 = (3.3, 2.1, 1.1)
		DS 20 = (3.3, 2.1, 1.2)
		DS 21 = (3.3, 2.1, 1.3)
		DS 22 = (3.3, 2.2, 1.1)
		DS 23 = (3.3, 2.2, 1.2)
		DS 24 = (3.3, 2.2, 1.3)
		DS 25 = (3.3, 2.3, 1.1)
		DS 26 = (3.3, 2.3, 1.2)
DS 27 = (3.3, 2.3, 1.3)	→	∅

3. Man könnte also sagen: den Punkten entsprechen die Fundamental-kategorien, den Geraden die Zeichenklassen und Realitätsthematiken. Von den drei von Hilbert (1987, S. 2) unterschiedenen raumgeometrischen Systemen fehlen also bloß noch die semiotischen Entsprechungen der Ebenen. Wie man leicht zeigt, handelt es sich um die in Toth (2021) eingeführten semiotischen Primfelder. Ein Primfeld ist eine trichotomische Triade, d.h. ein System von drei semiotischen Relationen, deren strukturelle Realitäten das vollständige Zeichen, d.h. $Z = (M, O, I)$, thematisieren.

1. Primfeld

DS 1 = (3.1, 2.1, 1.1)	×	(1.1 ← <u>1.2, 1.3</u>)	M-them. M
DS 2 = (3.1, 2.1, 1.2)	×	(2.1 ← <u>1.2, 1.3</u>)	M-them. O
DS 3 = (3.1, 2.1, 1.3)	×	(3.1 ← <u>1.2, 1.3</u>)	M-them. I

2. Primfeld

DS 4 =	(3.1, 2.2, 1.1)	×	(<u>1.1</u> → 2.2 ← <u>1.3</u>)	M-them. O
DS 5 =	(3.1, 2.2, 1.2)	×	(<u>2.1, 2.2</u> → 1.3)	O-them. M
DS 6 =	(3.1, 2.2, 1.3)	×	(<u>3.1</u> ↔ <u>2.2</u> ↔ <u>1.3</u>)	triad. Them.

3. Primfeld

DS 7 =	(3.1, 2.3, 1.1)	×	(<u>1.1</u> → 3.2 ← <u>1.3</u>)	M-them. I
DS 8 =	(3.1, 2.3, 1.2)	×	(<u>2.1</u> ↔ <u>3.2</u> ↔ <u>1.3</u>)	triad. Them.
DS 9 =	(3.1, 2.3, 1.3)	×	(<u>3.1, 3.2</u> → 1.3)	I-them. M

4. Primfeld

DS 10 =	(3.2, 2.1, 1.1)	×	(<u>1.1, 1.2</u> → 2.3)	M-them. O
DS 11 =	(3.2, 2.1, 1.2)	×	(<u>2.1</u> → 1.2 ← <u>2.3</u>)	O-them. M
DS 12 =	(3.2, 2.1, 1.3)	×	(<u>3.1</u> ↔ <u>1.2</u> ↔ <u>2.3</u>)	triad. Them.

5. Primfeld

DS 13 =	(3.2, 2.2, 1.1)	×	(1.1 ← <u>2.2, 2.3</u>)	O-them. M
DS 14 =	(3.2, 2.2, 1.2)	×	(2.1 ← <u>2.2, 2.3</u>)	O-them. O
DS 15 =	(3.2, 2.2, 1.3)	×	(3.1 ← <u>2.2, 2.3</u>)	O-them. I

6. Primfeld

DS 16 =	(3.2, 2.3, 1.1)	×	(<u>1.1</u> ↔ <u>3.2</u> ↔ <u>2.3</u>)	triad. Them.
DS 17 =	(3.2, 2.3, 1.2)	×	(<u>2.1</u> → 3.2 ← <u>2.3</u>)	O-them. I
DS 18 =	(3.2, 2.3, 1.3)	×	(<u>3.1, 3.2</u> → 2.3)	I-them. O

7. Primfeld

DS 19 =	(3.3, 2.1, 1.1)	×	(<u>1.1, 1.2</u> → 3.3)	M-them. I
DS 20 =	(3.3, 2.1, 1.2)	×	(<u>2.1</u> ↔ <u>1.2</u> ↔ <u>3.3</u>)	triad. Them.
DS 21 =	(3.3, 2.1, 1.3)	×	(<u>3.1</u> → 1.2 ← <u>3.3</u>)	I-them. M

8. Primfeld

DS 22 =	(3.3, 2.2, 1.1)	×	(<u>1.1</u> ↔ <u>2.2</u> ↔ <u>3.3</u>)	triad. Them.
DS 23 =	(3.3, 2.2, 1.2)	×	(<u>2.1, 2.2</u> → 3.3)	O-them. I

$$\text{DS } 24 = (3.3, 2.2, 1.3) \quad \times \quad (\underline{3.1} \rightarrow 2.2 \leftarrow \underline{3.3}) \quad \text{I-them. O}$$

9. Primfeld

$$\text{DS } 25 = (3.3, 2.3, 1.1) \quad \times \quad (1.1 \leftarrow \underline{3.2, 3.3}) \quad \text{I-them. M}$$

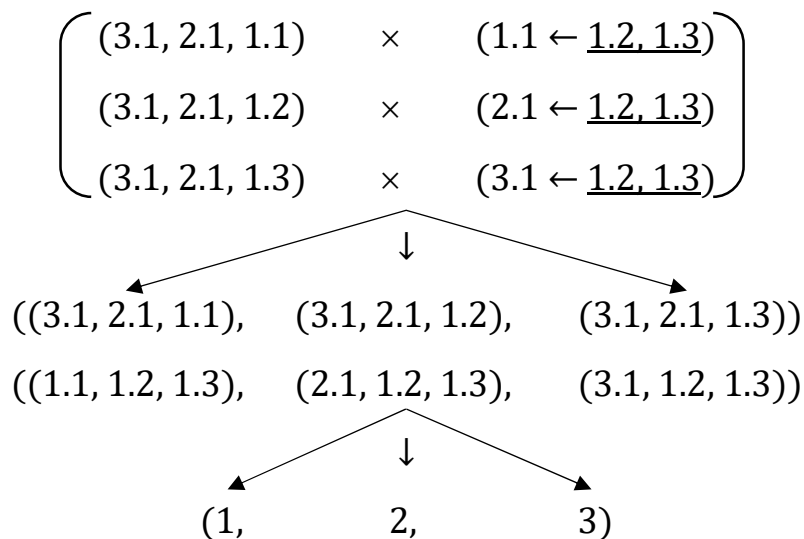
$$\text{DS } 26 = (3.3, 2.3, 1.2) \quad \times \quad (2.1 \leftarrow \underline{3.2, 3.3}) \quad \text{I-them. O}$$

$$\text{DS } 27 = (3.3, 2.3, 1.3) \quad \times \quad (3.1 \leftarrow \underline{3.2, 3.3}) \quad \text{I-them. I}$$

Wir können somit zusammenfassen:

<u>Raumgeometrische Systeme</u>	<u>Semiotische Systeme</u>
Punkte	Fundamentalkategorien
Geraden	Zeichenklassen und Realitätsthematik
Ebenen	Primfelder.

4. Aufgrund dieses Schemas ist es zum ersten Mal möglich, eine semiotische Primfaktorzerlegung durchzuführen. Als Beispiel stehe das erste Primfeld.



Zuerst wird also ein Primfeld der Form $P(\text{DS}(x), (x+1), (x+2))$ ist seine Dualsysteme $(\text{DS}(x), \text{DS}(x+1), \text{DS}(x+2))$ und diese hernach in die drei Fundamentalkategorien $(1, 2, 3)$ zerlegt. Die Primfaktoren sind also die Zeichenklassen und Realitätsthematiken. Die Umkehr der semiotischen Primfaktorzerlegung ist natürlich der Aufbau des Primfeldes aus den Primzeichen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3, 1980, S. 287-294

Hilbert, David, Grundlagen der Geometrie. 13. Aufl. Stuttgart 1987

Marty, Robert, Sur la réduction triadique. In: Semiosis 17/18, 1980, S. 5-9

Toth, Alfred, Von Primzeichen zu Primfeldern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2021

3.6.2021